FA – Fehleranalyse

Datum: 03.05.2012 Betreuer: Christian Fräßern

Name: Patrick Schily Messplatz: FA 4 / 1d

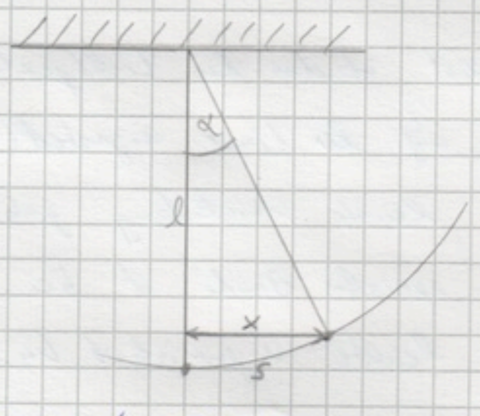
Partner: Franz Oestreicher

Aufgabenstellung:

Bestimmen der Schwingungsdauer eines Fadenpendels T $\hat{=}$ 10 bis 200 Einzelmessungen mit analyse der Resultate hinsichtlich des arithmetischen Mittels $\bar{T}$, der Standardabweichung s_T und der Verteilungsfunktion von T:

1. Für 10 Einzelmessungen sind von Hand $\bar{T}^*$ und s_T^* zu berechnen.
2. Nach der Klasseneinteilung wurden 200 Messungen durchgeführt und mit dem zur Verfügung stehenden Programm ausgewertet. Dabei wurden nach 10, 25, 50, 100 und 200 die Häufigkeiten der Messwerte ermittelt, worauf die Entwicklung der Statistik beobachtet werden kann.
3. Aus den gewonnenen Daten ist die Fallbeschleunigung g samt Fehler zu bestimmen.

Vorbetrachtung / benötigte Formeln:



für kleine Auslenkung $\alpha \leq 5°$ gilt:

↳ harmonische Schwingung da Strecke x und s nahezu gleich sind

$$g = \frac{4\pi^2 \cdot l}{T^2}$$

l … Pendellänge
T … Periodendauer
g … Erdbeschleunigung

- maximale Auslenkung $x_{max} = 15$ cm
- $\sin\alpha = \frac{x_{max}}{l}$
- arithmetisches Mittel

$$\bar{T} = \frac{\sum_{i=1}^{n} T_i}{n}$$

n … Anzahl der Messungen

- Standardabweichung $s_T = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(T_i - \bar{T})^2}{(n-1)}}$

- Standardabweichung des Mittelwertes

$$\Delta \bar{T} = s_{\bar{T}_{0,95}} = \frac{2 \cdot s_T}{\sqrt{n}}$$

- Periodendauer Pendel

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

- absoluter Fehler

$$\Delta f = \left|\frac{\partial f}{\partial x}\right| \cdot |\Delta x| + \left|\frac{\partial f}{\partial y}\right| \cdot |\Delta y| + \ldots \rightarrow$$

- relativer Fehler

$$\frac{\Delta f}{f} \rightarrow \frac{\Delta T}{T}$$

Vorversuch:

Pendellänge $l = (2830 \pm 10)\,mm$

Messung	T_i^* in s
1	3,43
2	3,43
3	3,25
4	3,36
5	3,38
6	3,33
7	3,40
8	3,38
9	3,25
10	3,44

$$\bar{T}^* = \frac{\sum_{i=1}^{10} T_i^*}{10} = \underline{3,37\,s}$$

$$s_T^* = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{10} (T_i^* - \bar{T}_i^*)^2}{9}} = \underline{0,07\,s}$$

$$s_{\bar{T}}^* = \frac{s_T^*}{\sqrt{10}} = \frac{0,07\,s}{\sqrt{10}} = \underline{0,02\,s}$$

Intervalleinteilung:

- N → Anzahl der Intervalle

$$N = \sqrt{n} = 14 \quad \text{für } n = 200$$

- Intervallanfang $\quad T_a^* = \bar{T}^* - 3 \cdot s_T^*$

$$T_a^* = 3,37\,s - 3 \cdot 0,07\,s = \underline{3,16\,s}$$

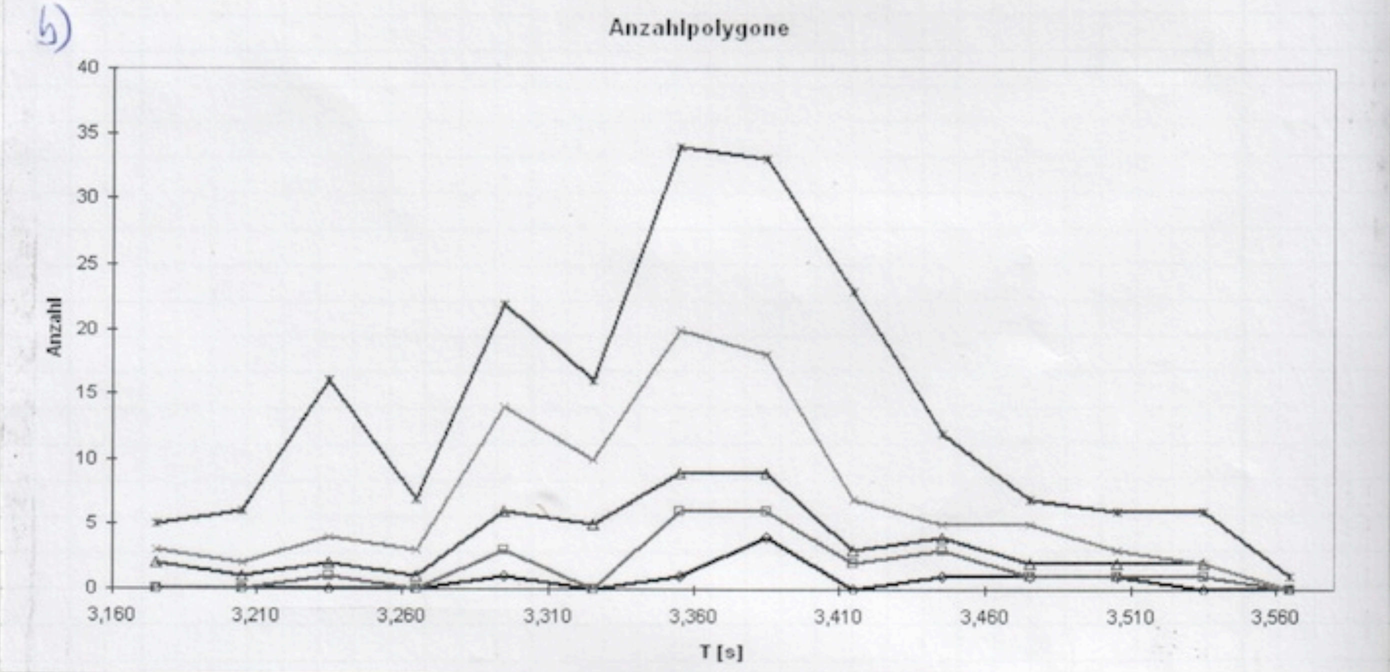
- Intervallbreite $\quad \Delta T^* = \frac{6\, s_T^*}{\sqrt{n}} = \frac{6 \cdot 0,07\,s}{\sqrt{200}} = \underline{0,03\,s}$

Hauptversuch:

a)

Intervalle	Intervall	Intervallende	N=10	N=25	N=50	N=100	N=200	Intervallmitte
0	0 - 3,16	3,160	1	1	1	3	5	
1	3,16 - 3,19	3,190	0	0	2	3	5	3,175
2	3,19 - 3,22	3,220	0	0	1	2	6	3,205
3	3,22 - 3,25	3,250	0	1	2	4	16	3,235
4	3,25 - 3,28	3,280	0	0	1	3	7	3,265
5	3,28 - 3,31	3,310	1	3	6	14	22	3,295
6	3,31 - 3,34	3,340	0	0	5	10	16	3,325
7	3,34 - 3,37	3,370	1	6	9	20	34	3,355
8	3,37 - 3,4	3,400	4	6	9	18	33	3,385
9	3,4 - 3,43	3,430	0	2	3	7	23	3,415
10	3,43 - 3,46	3,460	1	3	4	5	12	3,445
11	3,46 - 3,49	3,490	1	1	2	5	7	3,475
12	3,49 - 3,52	3,520	1	1	2	3	6	3,505
13	3,52 - 3,55	3,550	0	1	2	2	6	3,535
14	3,55 - 3,58	3,580	0	0	0	0	1	3,565

b)



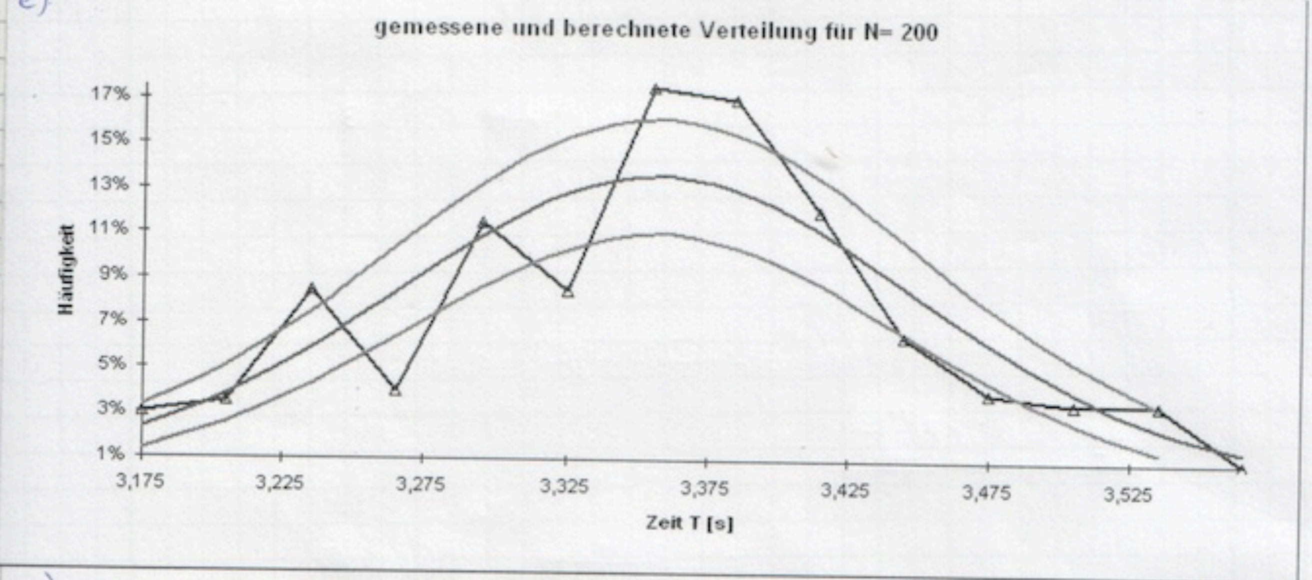
c)

Anzahl der Messpunkte	10	25	50	100	200
Mittelwert T [s]	3,37	3,37	3,37	3,36	3,36
Standardabweichung des Einzelwertes s [s]	0,12	0,09	0,10	0,09	0,09
Standardabweichung des Mittelwertes s_n [s]	0,038	0,018	0,014	0,009	0,006

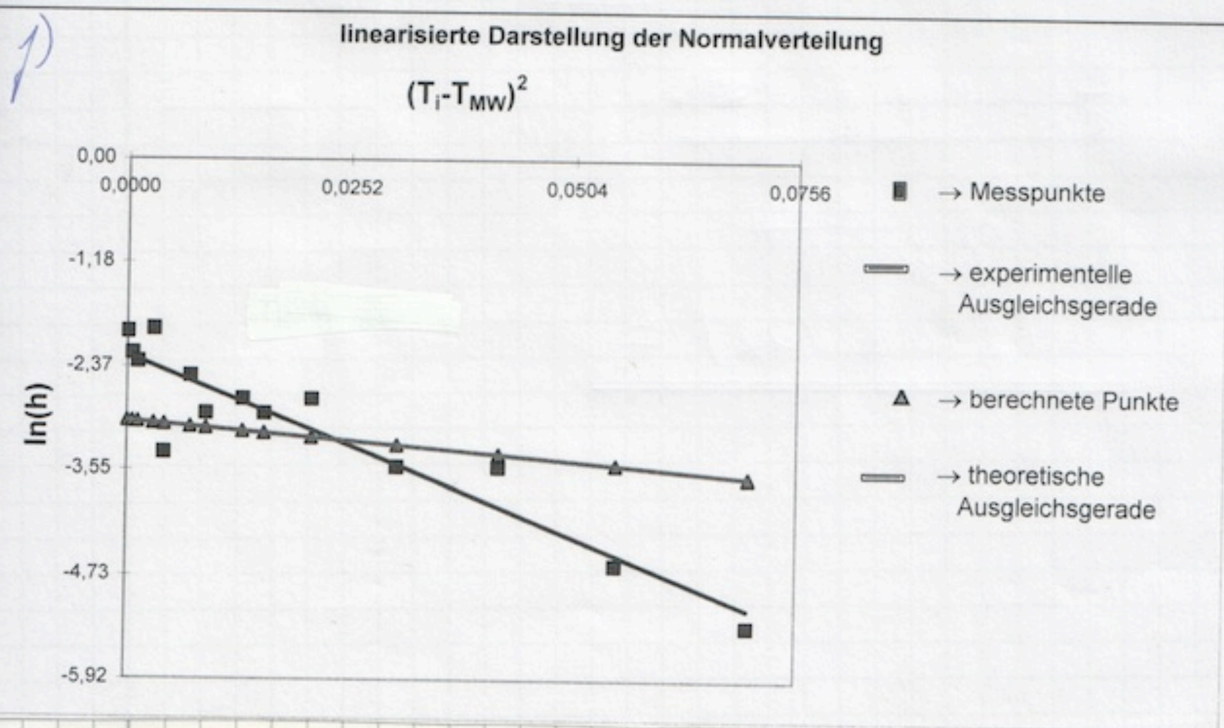
d)

gemessene und berechnete Verteilung für N= 200				Häufigkeit (experimentell)		Häufigkeit (nach Formel)	
Intervallnummer	Intervall	Intervallende	Anzahl	Intervallmitte T [s]	Häufigkeit	Intervallmitte T [s]	Häufigkeit
0	0 - 3,16	3,16	5				
1	3,16 - 3,19	3,19	5	3,175	2,50%	3,175	1,83%
2	3,19 - 3,22	3,22	6	3,205	3,00%	3,205	3,32%
3	3,22 - 3,25	3,25	16	3,235	8,00%	3,235	5,41%
4	3,25 - 3,28	3,28	7	3,265	3,50%	3,265	7,92%
5	3,28 - 3,31	3,31	22	3,295	11,00%	3,295	10,41%
6	3,31 - 3,34	3,34	16	3,325	8,00%	3,325	12,30%
7	3,34 - 3,37	3,37	34	3,355	17,00%	3,355	13,06%
8	3,37 - 3,4	3,4	33	3,385	16,50%	3,385	12,45%
9	3,4 - 3,43	3,43	23	3,415	11,50%	3,415	10,67%
10	3,43 - 3,46	3,46	12	3,445	6,00%	3,445	8,21%
11	3,46 - 3,49	3,49	7	3,475	3,50%	3,475	5,68%
12	3,49 - 3,52	3,52	6	3,505	3,00%	3,505	3,53%
13	3,52 - 3,55	3,55	6	3,535	3,00%	3,535	1,97%
14	3,55 - 3,58	3,58	1	3,565	0,50%	3,565	0,99%

e)



f)



3. Berechnung von g:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

T.. Periodendauer in s
l.. Pendellänge in m
g.. Erdbeschleunigung in $\frac{m}{s^2}$

$$g = 4\pi^2 \frac{l}{T^2}$$

$l = 2830\,mm$ $\qquad$ $T = 3{,}36\,s$ bei $n = 200$

$\Delta l = 10\,mm$

$$\Delta g = \left|\frac{\partial g}{\partial l}\right| \cdot \Delta l + \left|\frac{\partial g}{\partial T}\right| \cdot \Delta T = \left|\frac{4\pi^2}{T^2}\right| \cdot \Delta l + \left|\left(-\frac{8\pi^2 l}{T^3}\right)\right| \cdot \Delta T$$

$\hookrightarrow g'(T) = -\frac{8\pi^2 l}{T^3}$ $\qquad$ $g'(l) = \frac{4\pi^2}{T^2}$

NR:

$\Delta T = \Delta T_{sys} + \Delta T_{zuf}$

$\Delta T_{sys} = 1\,Digit \mathrel{\hat=} 0{,}01\,s$

$\Delta T_{zuf} = \frac{2s_T}{\sqrt{n}} = 2 \cdot \frac{0{,}09\,s}{\sqrt{200}} = 0{,}013\,s$

$\Delta T = 0{,}01\,s + 0{,}01\,s$

$\underline{\Delta T = 0{,}02\,s}$

$$\Delta g = \left|\frac{4\pi^2}{(3{,}36\,s)^2}\right| \cdot 0{,}01\,m + \left|\left(-\frac{8\pi^2 \cdot 2{,}83\,m}{(3{,}36\,s)^3}\right)\right| \cdot 0{,}02\,s$$

$$\underline{\underline{\Delta g = 0{,}17\,\frac{m}{s^2}}}$$

$$\frac{\Delta g}{g} = \frac{\Delta l}{l} + 2\frac{\Delta T}{T} = \frac{0{,}01}{2{,}83\,m} + \frac{2 \cdot 0{,}023\,s}{3{,}36\,s}$$

$$\underline{\underline{\frac{\Delta g}{g} = 0{,}017 \mathrel{\hat=} 1{,}7\,\%}}$$

$$g = 4\pi^2 \cdot \frac{2{,}83\,m}{(3{,}36\,s)^2} = 9{,}90\,\frac{m}{s^2}$$

$$\underline{\underline{g = (9{,}90 \pm 0{,}17)\,\frac{m}{s^2}}}$$

Beschreibung Diagramme:

a) und b) Die Daten und das Diagramm welches die Anzahl der Messwerte für das jeweilige Intervall wiedergibt für 10, 25, 50 100 und 200 Messwerte.

d) und e) Die Daten für das Diagramm was die Häufigkeitsverteilung für 200 Messwerte wiedergibt. Es wurde ein gemessene Kurve und eine berechnete Gaußverteilung verglichen und 2 Fehlerkurven dargestellt.

f) linearisierte Darstellung der Gaußverteilung durch Logarithmieren

c) Entwicklung der Statistik des Versuchs nach 10, 25, 50, 100 und 200 Messungen.

Auswertung:

Bestimmt haben wir einen Wert der Erdbeschleunigung von $(9{,}90 \pm 0{,}17)\,\frac{m}{s^2}$ ermittelt was einer Abweichung von 1,7 % entspricht.

Diese Abweichung setzt sich zusammen aus systematischen Fehler und zufällige Fehler. Die zufällige Fehler können hauptsächlich bei der Zeitmessung aufgetreten sein, da hier die Subjektivität des Bedieners einen sehr großen Einfluss hat. Als systematische Fehler hier wäre die Pendellänge mit fehler Δl Angabe und die Unvollkommenheit der digitale Uhr an der letzte Stelle (letztes Digit).

Ein grundsätzliche Annahme, das wir annehmen es sei ein mathematisches Pendel sei, also mit Punktmasse bei keinen Widerstand. Real ist es aber ein physikalisches Pendel mit Reibung (Luftwiderstand) der hier nicht berücksichtigt wird.

Die Standardabweichung bei 10 und 200 Messungen weicht nur um 0,03 s ab, also relativ konstant. Die Standardabweichung des Mittelwertes nimmt mit zunehmender Anzahl an Messungen ab, was auch geschehen sollte.
Die Häufigkeitsverteilung ist in Näherung eine gaußsche Glockenkurve.
Abschließend ist zu sagen das die experimentelle Werte durch genügend Wiederholung an die ideale Werte sich annähern.

14

10
[illegible]